

APRENDER COM OS ERROS¹

Carlos Eduardo Félix Correia²

RESUMO

O presente artigo trata dos erros em Matemática desde a fase inicial até a fase final de escolarização dos alunos. Enquanto nesta o erro já deve ser considerado em suas conseqüências e gradativamente devem ser evitados, naquela o erro deve ser trabalhado e aproveitado como recurso pedagógico, devendo o professor atuar na raiz desse erro, no processo que produz esse erro e considera-lo como indicador do processo cognitivo na aprendizagem da Matemática na sala de aula.

Palavras-chave: Processo de ensino-aprendizagem, Matemática, erros, conhecimento.

ABSTRACT

The aim of this paper is to deal with the student's Mathematics mistakes in classroom, from first to last level as student. While on this the mistake must be considered in its consequences and must be avoided, on that the mistake must be used as a pedagogic recourse, where the teacher must to act on the root of this mistake and on the process that make them and to regard them as a guide of the knowledge process in the Mathematics learning in classroom.

Key words: Teaching-learning process, Mathematic, mistakes, knowledge.

¹ Texto elaborado em 2005, parte do quarto capítulo da monografia apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Psicopedagogia do UNIPINHAL, com o tema "A Formação do Professor para o Ensino da Matemática nas Séries Iniciais".

² Professor de Metodologia do Ensino da Matemática na Educação Básica do Curso de Pedagogia do UNIPINHAL. Bel. Em Administração de Empresas, Licenciatura Plena em Ciências e Matemática, Pós-Graduado em Psicopedagogia. E-mail – carlosefcorreia@itelefonica.com.br - Fone: 19 9757-0687.

INTRODUÇÃO

Desde a recepção da nova Psicologia Genética de Piaget na década de 60 a Didática vem sofrendo mudanças, deixando de lado a característica de ser uma prática ou uma técnica e assumindo-se como uma ciência experimental própria e independente. Como consequência dessa transformação experimental e cognitiva da Didática temos um novo papel para os erros dos alunos, eles passaram a ser o centro de reflexão teórica dessa ciência e da sua prática experimental, a fim de que, através da sua lógica, seja aproveitado como recurso pedagógico eliminando a possibilidade de conflitos. Esse artigo sugere uma reflexão acerca dos perigos que os erros podem apresentar e exemplifica algumas consequências que podem ser decorrentes de determinados erros, lembrando que em muitos casos, não podemos mais tratá-los como recurso para a aprendizagem e sim encará-los como “irreversíveis”.

Tentativa e erro

Todo organismo seja humano ou animal, pode aprender por tentativa e erro, i.e., ao tentar resolver algum determinado problema e não conseguir o resultado que busca faz novas tentativas até encontrar a forma de ação adequada, desse modo, pode-se dizer que o indivíduo aprende por si mesmo, na sua relação pessoal com o meio. Um exemplo clássico desse tipo de aprendizagem é a tentativa de abrir uma porta com um molho de chaves sem saber qual é a chave certa tendo que testar cada uma delas até encontrar a certa.

O processo de aprender é cheio de idas e vindas, envolvendo tentativas, hipóteses e levantamento de suposições. É comum considerar que as pessoas errem em suas tentativas de aprender e, refletindo com o erro voltam aprendendo.

Cada erro tem sua lógica

Os erros envolvem processos de pensamento que precisam ser discutidos e não apenas uma resposta incorreta, algo falso a ser corrigido, temos alguns exemplos como: os erros por processo incompleto ou inadequado na elaboração de um conceito, os erros cometidos por falsas compreensões e os erros que parecem erros, mas não são. Esses exemplos são comumente observados no cotidiano da aprendizagem escolar. Do ponto de vista matemático, todo raciocínio é lógico mesmo os que conduzem ao erro, e estes erros são hipóteses equivocadas que precisam ser compreendidas para serem superadas. Muito vem sendo discutido acerca da questão da lógica do erro, pois isso nos dá indicações sobre o processo de aprendizagem de cada aluno.

O erro quase sempre foi tratado como um fracasso e por causa disso conduzido a alguma espécie de punição. Na escola tradicional, o erro deve ser eliminado, apagado literalmente para escrever o correto no lugar. Há um artigo belíssimo de Lino de Macedo, que trás a questão do erro associado à idéia de pecado, vindo da formação religiosa: fazer algo errado e se punir porque errou. Talvez tenha sido o vínculo a isso a cor vermelha que marcava com tanta presença o x na questão errada. A cultura do erro enquanto fracasso tem aos poucos cedido espaço para uma cultura que admite o erro como elemento que pode ajudar na construção do conhecimento, uma cultura mais construtivista. Piaget falava em “erro necessário”, construtivo, erro que faz parte do processo onde estou construindo um conceito, uma noção, erro observável, tornar o erro um objeto o qual a criança seja capaz de refletir sobre ele, porém, nem todos os erros são construtivos, temos os erros de desinformação, de ignorância. A escola tradicional rejeita a resposta não correta e o apaga, o professor é tido como dono do saber, enquanto que na perspectiva construtivista, deve-se atuar na raiz desse erro,

no processo que produz esse erro e o professor deixa de ser o dono do saber para uma postura de investigador e refletir a sua prática pedagógica à luz das teorias que surgem.

Assim, ao avaliar os erros matemáticos, não se pode considerar os alunos incapazes pelo fato deles comete-los, mas sim, deve-se tomar estes erros para orientar e direcionar o processo de ensino e aprendizagem.

Segundo PIAGET (apud PINTO, 2000, p.39) não interessa o erro, mas a ação mental; erro e acerto são detalhes nessa ação mental. Para ele, as respostas dos alunos são apresentadas, ordenadas e classificadas em três níveis:

- No primeiro nível, o aluno é indiferente ao erro.
- No segundo nível, o da tentativa, o erro aparece como um problema a ser resolvido.
- No terceiro nível, o erro passa a ter um sentido ao aluno, e este adquire uma certa autonomia na construção do conhecimento.

Indução ao erro

É importante observar que até na preparação dos vestibulares nas provas de Matemática, cada um dos resultados que aparecem como possíveis respostas ao problema proposto é rigorosamente analisado pensando em possíveis erros dos candidatos, i.e. o próprio conjunto de respostas induz o aluno ao erro se ele não prestar bem a atenção no enunciado, por exemplo: mesmo o aluno errando o raciocínio de um problema e chegando a um resultado, digamos, -2, ao olhar para as cinco alternativas o -2 estará lá e ele o assinala imediatamente pensando ter acertado, quando na verdade o resultado correto seria 2, que também pertence às alternativas, porém como o raciocínio primeiro foi o incorreto e a resposta errada foi induzida, errou. Assim acontece com todas as alternativas, uma é a certa e as outras são formuladas por falsas hipóteses.

O cuidado com a correção do erro

È importante trabalhar a questão do erro a tempo, ou seja, na escola. O professor pode fazer uso do erro transformando-o em recurso pedagógico, identificando as diversas formas de raciocínio que leva ao erro e tentando corrigi-las, porém, corrigir requer cuidado. Corrigir pode significar retrain. È preciso ter sensibilidade e observar sempre o aspecto emocional. Uma correção inadequada pode levar a auto-estima do aluno a níveis muito baixo e ele pode querer aceitar o rótulo de não ser, de fato, bom em matemática, fazendo do erro uma constante aceitável e comum de seu cotidiano, pois pouco passa a lhe importar, chegando a pronunciar a conhecida frase dos fracassados: "Não vou usar isso pra nada mesmo!". Professores de Matemática devem corrigir, não no sentido de punir, classificar, mas sim levando em conta a aproximação de suas hipóteses com a veracidade da questão, incentivando, motivando, favorecendo a descoberta dos caminhos certos e a construção do conhecimento de forma prazerosa e significativa. È importante o aluno perceber o erro e verificar a validade do acerto, bem como a aplicabilidade de seu fator cognitivo na vida prática. Em algum momento do futuro ele vai agradecer por ter sido corrigido.

Quando não se pode mais errar

A Matemática é uma ciência exata. Um princípio lógico fundamental é o chamado "princípio do terceiro excluído". Ele nos diz que de duas uma, ou um enunciado é falso, ou é verdadeiro, não há uma terceira possibilidade (em símbolos, $A \vee \neg A$), que significa (A ou não A).

O que estou querendo dizer com essa afirmação? Vai chegar um momento em que o erro não será mais aceitável, por isso que digo acima "corrigir a tempo" os raciocínios errados e construir os corretos. Ainda na escola, nas séries finais, a cobrança da disciplina de matemática se intensifica no sentido de fazer com que o aluno raciocine cada vez mais corretamente e de maneira eficiente, nas suas conclusões, decisões, considera-se que o fator cognitivo matemático esteja apurado. Cognição é sinônimo de inteligência humana, capacidade de adaptação, criação, avaliação, planejamento e decisão a situações inusitadas.

O trabalho com o erro deve ser feito desde as séries iniciais onde se pode transformar o erro em recurso pedagógico, porém esse critério aos poucos deve dar lugar ao rigor da exatidão, isso gradativamente vai sendo adquirido com o promover das séries subseqüentes, de maneira tal que, chegando ao ensino médio, os alunos já estejam acostumados a essa cobrança da disciplina, dada ao seu devido rigor e, o papel do professor é mais do que nunca, fundamental nessa etapa, observando os mesmos cuidados no aspecto emocional e afetivo, no sentido de transformar suas aulas atrativas, ao tempo em que ministra o rigor da ciência para o aspecto cognitivo.

A Matemática está em todos os seguimentos da vida humana e profissional, segundo Ole Skovsmose (2004), '[...] a Matemática pode ser atuante como elemento de planejamentos tecnológicos e de processos de decisão e, se torna parte da própria tecnologia'. Ele segue em seu argumento mostrando exemplos de modelos matemáticos usados pelas companhias aéreas no sistema de reservas de passagens (over-book), planejamento de vôos com capacidade total de passageiros, os custos que uma aeronave tem voando vazia, é quase o mesmo e a empresa levaria prejuízo sem esse tipo de planejamento matemático.

Os negócios não poderiam existir em sua forma histórica sem alguma matemática. Certamente não podemos imaginar uma economia moderna operando sem a matemática e então, tornando-se mais eficiente devido à introdução da Matemática! (TYMOCZKO, 1994: 330).

A Matemática está presente na guerra, não que ela seja causadora da guerra, mas não podemos imaginar uma guerra moderna ocorrendo sem a Matemática. A mesma comparação pode ser feita se nós, em vez de guerra ou negócios, falarmos sobre viagens, gerenciamento, arquitetura, comunicação, seguros, marketing, planos de saúde, planos de aposentadoria, etc.

Nesse momento não podemos mais imaginar uma situação onde o erro seja permitido. Vejamos uma ilustração imaginária, por exemplo, na agropecuária, onde para cada hectare de terra produtiva deverá ser aplicado um percentual x de adubos e fertilizantes e para o plantio, a área deve ser dividida pelo espaçamento entre uma planta e outra para sabermos quantas plantas caberão no espaço de forma mais produtiva e rentável, ou ainda, para vacinar o gado todo, cada dose unitária é rigorosamente calculada, caso contrário, a droga mata todo o rebanho se for administrada em excesso,

É claro que mesmo assim os erros existem e as desgraças acontecem, erros de previsão de tempestades e tornados, erros de cálculos da trajetória de mísseis que atingem escolas, hospitais quando deveriam atingir somente alvos militares e sem população civil, erros médicos matando vidas ao invés de salvá-las, erro na hora do voto, erros em geral nas tomadas de decisões que levam empresas à falência e países ao horror.

É claro ainda que esses erros não são os mesmos inocentes mencionados no início desse artigo e que esses erros não podem mais, serem transformados em recursos pedagógicos. Aqui só resta dizer: "Tarde demais!".

Como o nosso assunto se refere à questão da lógica do raciocínio, prestemos atenção ao seguinte enunciado:

Imagine um pedaço de queijo suíço, daqueles bem cheios de buracos.
Quanto mais queijo, mais buracos.
Cada buraco ocupa o lugar em que haveria queijo.
Assim, quanto mais buracos, menos queijo.
Quanto mais queijos mais buracos, e quanto mais buracos, menos queijo.
Logo, quanto mais queijo, menos queijo.

A lógica é uma disciplina que visa tornar eficiente e eficaz o pensamento.
A questão "O que é lógica?", pode ser respondida sob duas perspectivas:

- Na perspectiva de um cientista, a Lógica é a ciência da dedução.
- Na perspectiva de um filósofo, a Lógica é uma introdução à Filosofia.

Não pretendo aqui me aprofundar no estudo da Lógica - o qual abrange um campo de estudo muito extenso - e sim dar um enfoque contextual para o entendimento desse artigo, ressaltando a questão do "erro" em suas diversas vertentes e em que situações ele pode parecer positivo ou negativo.

É por esse motivo que a Matemática é tão rigorosa nas séries finais do ensino médio, mostrando que $+2$ é estritamente diferente que -2 , e também que $+1/2$ e $-1/2$ para valores do seno são, no ciclo trigonométrico pertencentes a quadrantes diferentes e assim por diante, não admitindo que errando apenas o sinal, a resposta possa ser considerada correta. Esse tipo de erro envolvendo os sinais é inadmissível na atividade diária. Um exemplo comum é a operação bancária com limite de cheque especial, já presenciei um cliente reclamando para o gerente que no dia anterior da emissão de seu cheque ele tinha em sua conta um saldo de mil e cem reais, fez um cheque de duzentos reais e ficou com um saldo devedor de cem reais. Foi uma missão quase impossível explicar para ele que mil reais era o limite do cheque especial e que ele havia entrado no limite usando cem reais do banco. Problemas desse tipo é comum com pessoas que não são capazes de realizar as operações matemáticas envolvendo os sinais de adição e de subtração, pois esse tipo de erro não foi corrigido a tempo.

Algumas considerações podem ser aqui apresentadas pelo professor de matemática: é comum ouvirmos dos alunos, de pais e até mesmo de colegas professores de outras disciplinas, que o professor de matemática é muito rigoroso na correção dos exercícios propostos em prova. Por exemplo, ouvimos: "mas, ele só errou o sinal". Veja, do ponto de vista semântico, se em uma lista de nomes para denominar uma criança com dois nomes escolhêssemos "Maria" e "José", parece claro que na composição desses dois nomes a ordem é fundamental, pois Maria José é, portanto, muitíssimo diferente de José Maria, trata-se distintamente de uma mulher e um homem. O mesmo acontece no caso dos números, o $+2$ é estritamente diferente de -2 e na reta real ocupam lugares distintos, cada um corresponde a um, e apenas um ponto na reta. Entretanto, a mesma importância que damos ao rigor devemos dar a atenção na etapa de aprendizagem dos sinais e suas relações com as operações matemáticas, procurando enfatizar em todas as oportunidades, as regras de sinais. Mesmo assim, há alunos que apresentam dificuldades no entendimento que, se não for corrigido, trará conseqüências no futuro até chegar a ponto de não entender as operações bancárias que envolvem limite em cheque especial e ficar com a conta sempre "estourada". Para aprender de uma forma mais saborosa e significativa proponho a seguinte atividade: tive a oportunidade de conhecer no laboratório de ensino da matemática LEM, da Unicamp, um baralho diferente com 40 cartas, que pode ser fabricado pelos próprios alunos, sendo 20 numeradas de 1 até 20 e as outras 20 de -1 até -20 , o objetivo é formar (zero), ganha o aluno que tiver o maior número de cartas no final do jogo. Este jogo desperta o interesse do aluno pelas regras de sinais nas operações de adição e subtração, pois além de exercitar as habilidades matemáticas eles estão aprendendo brincando e se divertindo. Isso pode ser aplicado até mesmo em alunos do ensino médio.

Podemos observar que, como queria Lúria³, estamos trabalhando com a área terciária do córtex cerebral, fazendo o aluno relacionar o que ele enxergou e comparou no arquivo da memória com a cognição das operações e resoluções das mesmas nas diversas situações que o jogo oferece. É na área terciária que, os professores devem trabalhar, desenvolvendo e enriquecendo sempre os fatores cognitivos e suas relações intrínsecas em cada situação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não pretendo aqui esgotar o tema acerca das relações ensino/aprendizagem da Matemática e acerto/erro em Matemática na sala de aula. Entretanto, na Matemática, as noções de verdadeiro e falso estão associadas às proposições, as quais, em seu desenvolvimento, estabelece-se relação diretamente proporcional à idéia de verdadeiro/falso com acerto/erro à luz da semântica e da lógica dos enunciados. Segundo Domingues (in Bolema, ano 15, nº 18, p 55, 2002), possivelmente a mais antiga tentativa de explicar essas noções se deve a Aristóteles em sua *Metafísica*:

*Dizer do que é que não é, ou
do que não é que é, é falso,
ao passo que dizer do que é que é, ou
do que não é que não é, é verdadeiro.*

Há aproximadamente vinte e cinco anos, tem surgido um considerável número de estudos acerca dos erros dos alunos e um dos resultados dessa pesquisa indica os erros como sendo analisáveis e investigados como determinadas dificuldades que os alunos apresentam na apreensão do novo conhecimento, indicando através da pré-concepção, interações desse novo conhecimento com o saber já existente e que podem se desenvolver na forma de conflitos. Cabe a nós professores, mediar o acesso a esse novo conhecimento da forma mais prazerosa possível, observando sempre o rigor da veracidade, como queria Guevara: "endurecer sem perder a ternura".

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SÃO PAULO, (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: ensino fundamental**. 5 ed. São Paulo: SE/CENP, 1997.181p.il.

PARRA, C.; ZAIZ, I. (org.) **Didática da Matemática - Reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre, Artes Médicas, 1996.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 2.ed. São Paulo, Cortez, 1994.

³ foi o neuropsicólogo russo Aleksander Romanov Luria, que propôs a divisão funcional do córtex cerebral baseado no seu grau de relacionamento com a motricidade e com a sensibilidade.

As áreas funcionais do córtex são classificadas em:

- **Áreas de projeção**, considerada **primárias**, que estão ligadas diretamente com a sensibilidade e a motricidade, etapa de sensação sensitiva e motora.
- **Áreas de associação**, que estão relacionadas com atividades mais complexas e são subdivididas em **áreas secundárias** e **terciárias**. As **secundárias** são chamadas também de unimodal e são as etapas de interpretação e gnosia, também envolvidas com a sensibilidade e motricidade. As **terciárias** ou supramodais não estão envolvidas nem com a sensibilidade nem com a motricidade, mas sim com atividades psíquicas superiores, estão relacionadas a **conceitos** mais abstratos.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. 11.ed. Campinas, Papirus, 1996.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Matemática Escolar e Matemática da Vida Cotidiana**. Campinas, Ed. Autores Associados, 1999.

BICUDO, M. A. Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (orgs) **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

_____, **Bolema: Boletim de Educação Matemática**. Ano 15 n.18, Rio Claro: Unesp, Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, 2002.

BOYER, C. **História da Matemática**. São Paulo, Ed. Blucher, 1974.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**. Uma Análise da Influência Francesa. Belo Horizonte, Autêntica, 2002.